

Natalya Rostova

Paris

A l'attention de Monsieur F. Garcias,
Directeur du département de Mathématiques

Paris, le 4 Avril 2007

Objet: **projet d'études**

Monsieur,

Etant en formation d'ingénieur en thermodynamique dans le contexte de l'énergétique à l'Université Nationale de Kiev, Ukraine, je voudrais continuer mes études à l'Ecole Normale Supérieure.

Pour compléter mon dossier de candidature pour le concours des bourses internationales de l'Ecole Normal Supérieur je voudrais vous présenter mon projet d'études.

Etude de l'importance des champs thermiques dans le mécanisme de la destruction des structures des corps solides par la chaleur.

Résumé

La théorie de la conduction de la chaleur étant, l'une des parties essentielles de l'énergétique, est en forte phase de développement. Ma spécialité est la conception des modèles mathématiques pour les problèmes énergétiques. Mon projet d'études a pour but d'examiner en détail le processus de la propagation de la chaleur dans des corps solides, et de proposer de nouvelles approches mathématiques pour la description et la résolution des problèmes physiques qui interviennent dans ce

processus. La formation proposée par le Master 2 Recherche «Méthodes Numériques» de l'École Normale Supérieure est une excellente possibilité pour réaliser mon projet et pour devenir une spécialiste confirmée.

Objectifs du projet

La plupart des problèmes dans la théorie de la conduction de la chaleur concernant les processus énergétiques ont été concentrés autour de la résolution de l'équation parabolique. Pourtant à partir de 1930 plusieurs scientifiques dirigés par *Alexey Lykov* ont été attirés par les paradoxes physiques provenant de processus thermiques de haute intensité. Il était nécessaire de trouver des modèles plus précis et plus efficaces. L'importance de ce problème s'explique par le fait que ces paradoxes proviennent du domaine de la construction spatiale.

Actuellement de nouvelles méthodologies se développent intensivement. L'une de ces méthodologies est basée sur la conception de la vitesse finie de propagation de la chaleur. Le modèle mathématique de cette approche est une équation hyperbolique.

En travaillant sur le projet «*La résolution d'une équation hyperbolique de la conduction de la chaleur pour les éléments de constructions*» j'ai étudié la théorie d'interaction des flux thermiques de haute intensité avec les corps solides ainsi que le problème de la destruction (endommagement) de ces corps provoquée par les actions thermiques. En tant que modèle physique, la plaque de longueur infinie a été choisie. Pour cette géométrie j'ai trouvé la solution analytique de l'équation hyperbolique par la méthode de séparation des variables qui était présenté sous la forme de la somme. L'indice optimal des termes de la série a été déterminé grâce à *MathCad*. En même temps, par le biais de la transformation intégrale de Laplace, j'ai trouvé une autre solution, et après l'analyse asymptotique des résultats, j'ai proposé la méthode de transformation de l'image vers l'original. Cette méthode prévoit la résolution du problème par la superposition des parties paraboliques et hyperboliques, qui permet de simplifier considérablement la transformation de la fonction lors de la

définition du champ thermique.

Ces résultats font preuve d'une présence d'un composant ondulatoire dans l'équation hyperbolique de la conduction de la chaleur. On constate que l'amplitude s'accroît au moment initial, jusqu'à ce qu'elle atteigne le maximum et diminue graduellement jusqu'à 0. Il est important de noter que si la période de l'action est assez étendue ($\tau \gg 10^{-9}$), la résolution de l'équation hyperbolique est la même que pour l'équation parabolique.

J'ai utilisé les résultats de ce travail pour étudier le choc thermique dont l'action est susceptible de provoquer la déformation, l'apparition des fissures ou bien la destruction d'un corps solide. Le trait caractéristique du choc thermique représente une période de temps très courte pendant laquelle la structure moléculaire de la matière subit la reconstruction. Cette période s'appelle le temps de relaxation (τ_r) et constitue d'environ 10^{-9} - 10^{-14} s. Les études détaillées de la variable τ_r ont montré que celle-ci dépend considérablement de :

- la nature de la matière;
- la vitesse de la propagation de la chaleur pour cette matière;
- le coefficient de la conductibilité thermique.

Cette dépendance peut être représentée par l'équation suivante :

$$v_T = \sqrt{\frac{a}{\tau_r}},$$

où:

- « a » est le coefficient de la conductibilité thermique ;
- « v_T » est la vitesse de la propagation de la chaleur.

J'ai fait l'analyse de la stabilité de matières comme l'aluminium, le cuivre, l'acier, le graphite lors d'une action thermique extrême en vue de définir les domaines dans lesquels on peut les utiliser.

Mon objectif est de continuer mes recherches sur la théorie des champs thermiques de haute intensité et leur impact sur les corps solides. Afin d'être plus efficace j'ai besoin d'utiliser les méthodes mathématiques suivantes :

- analytiques;
- numériques;
- expérimentales.

Actuellement, je suis particulièrement intéressée par les méthodes numériques basées sur la modélisation mathématique. En fait, depuis l'expérimentation de *E. Fermi, J. Pasta et S. Ulam* en 1953, la modélisation mathématique sur ordinateur est devenu presque un standard « de facto » dans les recherches scientifiques. J'éprouve vraiment la nécessité de savoir utiliser les schémas numériques et les implémenter pour l'ordinateur. Cela me permettra de simuler les processus physiques qui sont au cœur de mon travail. Avec l'utilisation de logiciels graphiques spécialisés on pourrait visualiser ces processus en *mode 2D et/ou 3D*.

Le programme de la formation du Master 2 Recherche « Méthodes Numériques », proposé par l'Ecole Normale Supérieure correspond parfaitement à mes aspirations professionnelles et pourrait m'aider dans la réalisation de mon projet. La discipline « Schémas numériques volumes finis pour l'approximation des systèmes hyperboliques de lois de conservation » m'ouvrirait les portes de la modélisation numérique, qui est un des domaines indispensables pour mon travail. J'éprouve vraiment la nécessité d'approfondir mes savoir-faire dans le domaine du calcul numérique. Cela fait partie de la matière « Méthodes numériques en mécanique non linéaire des solides ». Actuellement, je m'intéresse beaucoup aux équations intégro-différentielles de la conduction de la chaleur, qui modélisent les processus dans les milieux avec une mémoire (héritage) thermique. Je pense que les matières comme « Méthodes asymptotiques pour les équations des ondes » et « Méthodes intégrales et

Méthodes spectrales » sont parfaitement utiles pour moi, en vue de l'apprentissage des méthodes de résolution de ces équations.

Les enseignants du Master 2 Recherche « Méthodes Numériques » font partie du « Centre de Mathématiques et de Leurs Applications » (CMLA) participent aux plusieurs projets industriels pour les grandes entreprises comme EDF, Dassault Aviation, CEA et ONR. La participation du laboratoire CMLA à ces projets est une meilleure preuve des compétences professionnelles des enseignants de l'Ecole Normale Supérieure.

La réalisation de mon projet contribuera au perfectionnement de mes savoir-faire professionnels et de mes connaissances théoriques. Mais en plus, elle me donnera une riche expérience internationale et m'aidera à devenir une spécialiste confirmée.

En vous remerciant de l'attention portée à ma lettre je vous pris d'agréer, Monsieur, l'assurance de mes salutations respectueuses.